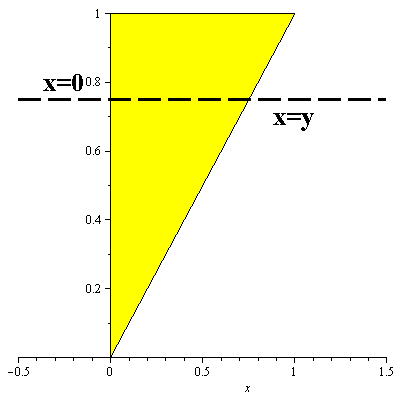
**Tema: Función de densidad condicional.**

**Motivación del tema.** Con el tema que vamos a estudiar podremos resolver el siguiente problema: la cantidad de petróleo, en millares de litros, en un tanque al principio de un día es una cantidad aleatoria y de la cual se vende durante el día una cantidad aleatoria . Suponga que el tanque no se reabastece durante el día, de manera que . Considere que la función de densidad conjunta de estas variables aleatorias es

Esta función es diferente de cero en la región triangular de abajo. Observe que la desigualdad genera esa región triangular, pues el punto la satisface, ya que . Mientras que un punto debajo de la recta , por ejemplo , no satisface la desigualdad, pues es falso que .



Encuentre la probabilidad de que se vendan entre 1\4 y 1\2 del tanque si al principio del día tenía 3\4 de petróleo. La solución está dada, utilizando la notación de este tema, como

Al integrando se le llama **Función de Densidad Condicional** y se calcula como:

Vamos a calcular la función de densidad marginal de como(observe la línea punteada):

Así entonces

Volviendo al problema original tenemos

**Definición 1.** Sean y variables aleatorias definimos

* La **Función de Probabilidad Condicional de dado**  como:

y

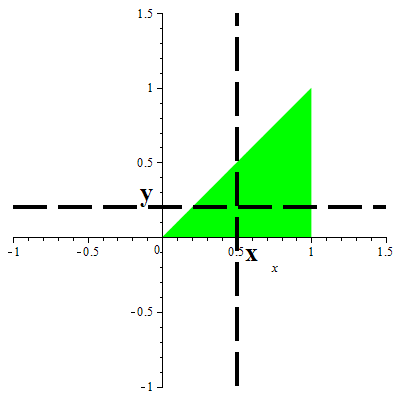
* La **Función de Probabilidad Condicional de dado**  como:

y

* La **Esperanza Condicional de dado**  se define como

* La **Esperanza Condicional de dado**  se define como

**Ejemplo 1.** Si y tienen la función de densidad conjunta

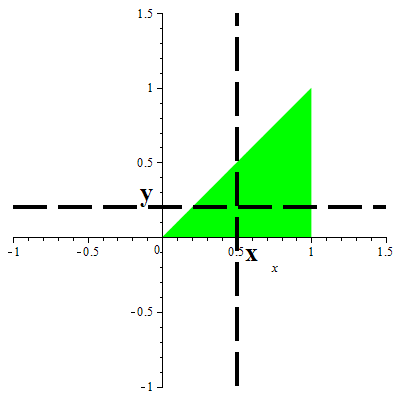


Encontrar (a) y , (b) y , (c) (d) , (e) y

**Solución.** (a) encontramos las marginales como

Entonces la definición completa de estas funciones es:

Para (b). Primero calculamos . Como está dada la tomamos en la región donde y , es decir, . Habiendo elegido una entonces para que siga siendo diferente de cero, observe la línea vertical punteada, tomamos



Así

Haciendo un procedimiento similar obtenemos:

Para (c). Sin olvidar que

Para (d)

Para (e)

**Ejercicios.**

1. Si y tienen la función de densidad conjunta

Encontrar (a) , (b) , (c)

Respuesta: (a) , (b) 9/16, (c) 1.